



**SUBWENCJA WYRÓWNAWCZA  
DLA GMIN**

**ANALIZA SZCZEGÓŁOWA**

**Autorzy:**

**dr Bogdan Stępień  
dr Medard Makrenek**

Copyright © Bogdan Stępień  
Wszelkie prawa zastrzeżone

GRUDZIEŃ 2004



## SPIS TREŚCI

|  |    |
|--|----|
| <b>I. WSTĘP</b> .....  | 4  |
| <b>II. PROCEDURY NALICZANIA SUBWENCJI WYRÓWNAWCZEJ</b> .....   | 5  |
| 1. SUBWENCJA WYRÓWNAWCZA – PODSTAWOWA.....   | 5  |
| a) Definicja subwencji wyrównawczej – podstawowej,   |    |
| b) Analiza zachowań dochodów budżetu gminy jako funkcja dochodów podatkowych gminy,                        |    |
| c) Subwencja podstawowa na jednego mieszkańca gminy.   |    |
| 2. SUBWENCJA WYRÓWNAWCZA – UZUPEŁNIAJĄCA .....   | 11 |
| a) Definicja stosowana przez Ministerstwa Finansów,  |    |
| b) Definicja dokładna,   |    |
| c) Analiza błędu naliczania subwencji uzupełniającej w oparciu o GUS-owska definicję gęstości zaludnienia, |    |
| d) Subwencja uzupełniająca na jednego mieszkańca gminy,  |    |
| e) Punkty krytyczne w liczbie mieszkańców przy naliczaniu subwencji uzupełniającej.                        |    |
| <b>III. PUNKTY KRYTYCZNE A RZECZYWISTOŚĆ</b> .....   | 19 |
| <b>IV. WNIOSKI</b> .....   | 23 |

### TABELE

1. Definicje parametrów w oparciu o art. 20 ust. 6 ustawy odjst.
2. Skutek dla dochodów budżetu gminy spowodowany dodaniem nowego źródła dochodu podatkowego  $\Delta Dp$ .
3. Przykładowe błędy naliczania subwencji uzupełniającej dla gminy liczącej 10 000 mieszkańców .
4. Zmiana wysokości subwencji podstawowej związanej ze zmianą liczby mieszkańców
5. Zestawienie zmian subwencji uzupełniającej przy zmianie liczby mieszkańców gminy o jednego mieszkańca.
6. Lista gmin, które znalazły się w bardzo niekorzystnej sytuacji przy naliczaniu subwencji uzupełniającej na 2005 r.
7. Lista gmin, które znalazły się w bardzo korzystnej sytuacji przy naliczaniu subwencji uzupełniającej na 2005 r.

### RYSUNKI

1. Diagram subwencji wyrównawczej – podstawowej w funkcji liczby mieszkańców i dochodów podatkowych gminy.
2. Subwencja wyrównawcza – podstawowa jako funkcja dochodów podatkowych.
3. Subwencja wyrównawcza – podstawowa jak funkcja liczby mieszkańców gminy.
4. Subwencja podstawowa na jednego mieszkańca gminy w funkcji liczby mieszkańców.
5. Subwencja wyrównawcza – uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców gminy.
6. Liczba gmin jako funkcja gęstości zaludnienia wg stanu na dzień 31-12-2003 r.
7. Subwencja uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców. Obszar z kilkoma punktami krytycznymi.
8. Subwencja uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców. Obszar z jednym punktem krytycznym.
9. Względne procentowe różnice pomiędzy subwencją uzupełniająca naliczaną przez Ministerstwo Finansów a subwencją naliczaną dokładnie .
10. Subwencja uzupełniająca przypadająca na jednego mieszkańca.
11. Liczba gmin w funkcji zmiany liczby mieszkańców do najbliższego punktu krytycznego (typu W lub typu Z).
12. Liczba gmin, w których może być osiągnięty punkt krytyczny (typu Z lub typu W).
13. Liczba gmin, w których może być osiągnięty punkt krytyczny (typu Z lub W) w dniu 31-12-2004 r. w funkcji błędu hipotezy.

## I WSTĘP

Podstawą opracowania jest ustawa z dnia 13 listopada 2003 roku o dochodach jednostek samorządu terytorialnego, Dz.U. z 2003 r. Nr 203, poz. 1966 (*w dalszej części opracowania będzie oznaczana jako ustawa odjst*).

Niniejsze opracowanie to analiza wyrównawczej części subwencji ogólnej dla gmin w rozbiciu na kwotę podstawową i uzupełniającą.

W rozdziale drugim opracowania prezentujemy procedury naliczania subwencji wyrównawczej i poddajemy je szczegółowej analizie. W przypadku subwencji wyrównawczej – podstawowej przeprowadzamy analizę części dochodów budżetu gminy obejmującej wpływy z dochodów podatkowych oraz subwencji podstawowej w funkcji dochodów podatkowych i zastosowanych wobec nich zwolnień, ulg, umorzeń itp. W przypadku subwencji uzupełniającej szczegółowo analizujemy naliczanie jej przez Ministerstwo Finansów (*w dalszej części opracowania skrót MF oznaczać będzie Ministerstwo Finansów*) w oparciu o dane z GUS. Omawiamy zachowanie się subwencji uzupełniającej w funkcji liczby mieszkańców i gęstości zaludnienia. Badamy wpływ dokładności wyznaczania gęstości zaludnienia na wysokość i dokładność naliczanej subwencji oraz wprowadzamy pojęcie punktów krytycznych w liczbie mieszkańców i omawiamy ich wpływ na wysokość naliczanej subwencji.

W rozdziale trzecim prezentujemy występowanie punktów krytycznych w liczbie mieszkańców gmin według stanu na dzień 31 grudnia 2003 r. oraz szacujemy ich wpływ na wysokość naliczanej na 2005 r. subwencji uzupełniającej gminą, które punkty takie osiągnęły.

W ostatniej części opracowania przedstawiamy wnioski płynące z analiz zaprezentowanych w niniejszym opracowaniu.

Używane w tekście następujące pojęcia rozumiane są w sposób:

- subwencja podstawowa - kwota podstawowa części wyrównawczej subwencji ogólnej,
- subwencja uzupełniająca - kwota uzupełniająca części wyrównawczej subwencji ogólnej,
- dochody podatkowe - dochody podatkowe określone przez art. 32 ust. 2 ustawy odjst,
- liczba mieszkańców - podawana przez Prezesa GUS wg stanu na dzień 31 grudnia roku poprzedzający rok bazowy,
- gęstość zaludnienia - ustalana wg stanu na dzień 31 grudnia roku poprzedzającego rok bazowy.

## II PROCEDURY NALICZANIA SUBWENCJI WYRÓWNAWCZEJ

Subwencja wyrównawcza (art. 20 ust. 1 ustawy odjst) podzielona jest na dwa składniki: subwencję podstawową (kwotę podstawową) i subwencję uzupełniającą (kwotę uzupełniającą). Pierwsza z nich ma na celu podniesienie dochodów w gminach o niskich dochodach podatkowych w przeliczeniu na jednego mieszkańca, a druga może (lub ma) stymulować wzrost gęstości zaludnienia w tych gminach, w których średnia gęstość zaludnienia jest niższa od średniej gęstości zaludnienia w kraju.

### 1. SUBWENCJA WYRÓWNAWCZA – PODSTAWOWA

#### a) Definicja subwencji wyrównawczej – podstawowej

Wartość subwencji podstawowej jest określona następującym wzorem (art. 20 ust. 6 ustawy odjst):

$$S_n^{wp} = m[\beta_n(\alpha_n G_g - G) + \mu_n G_g], \quad (1)$$

gdzie:

$\alpha_n, \beta_n, \mu_n$  oraz  $n$  - parametry i wskaźnik określone w Tabeli 1,

$m$  - liczba mieszkańców gminy,

$$G = \frac{D_p}{m} \quad \text{- wskaźnik dochodów podatkowych na jednego mieszkańca w gminie,} \quad (2)$$

$G_g$  - wskaźnik dochodów podatkowych dla wszystkich gmin,

$D_p$  - dochód podatkowy określony zgodnie z art. 32 ust. 2 ustawy odjst,

$$D_p = D_{p,1} + D_{p,2} + D_{p,3} + D_{p,4} + D_{p,5} + D_{p,6} + D_{p,7} + D_{p,8} + D_{p,9} + D_{p,10}, \quad (3)$$

$D_{p,1}$  - podatek od nieruchomości,

$D_{p,2}$  - podatek rolny,

$D_{p,3}$  - podatek leśny,

$D_{p,4}$  - podatek od środków transportowych,

$D_{p,5}$  - podatek od czynności cywilnoprawnych,

$D_{p,6}$  - podatek od osób fizycznych, opłacany w formie karty podatkowej,

$D_{p,7}$  - wpływy z opłaty skarbowej,

$D_{p,8}$  - wpływy z opłat eksploatacyjnych,

$D_{p,9}$  - udział we wpływach z podatku dochodowego od osób fizycznych,

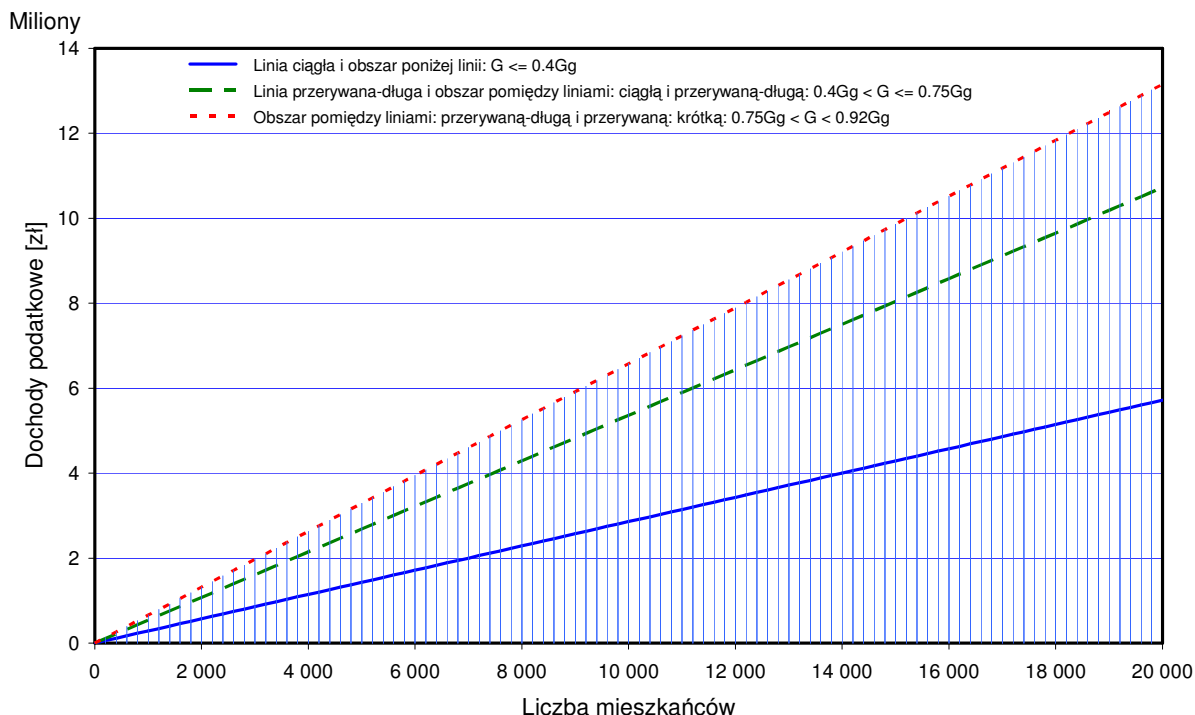
$D_{p,10}$  - udział we wpływach z podatku dochodowego od osób prawnych.

Subwencję podstawową otrzymują te gminy, w których wskaźnik  $G < 0.92G_g$ .

| Stopień dochodowości podatkowej<br>$n$ | Dochodowość podatkowa gminy  | Parametry        |           |         |
|--|------------------------------|------------------|-----------|---------|
|  |                              | $\alpha_n$       | $\beta_n$ | $\mu_n$ |
| 1                                      | $G \leq 0.40 G_g$            | 0.40             | 0.90      | 0.4075  |
| 2                                      | $0.40 G_g < G \leq 0.75 G_g$ | 0.75             | 0.80      | 0.1275  |
| 3                                      | $0.75 G_g < G < 0.92 G_g$    | 0.92             | 0.75      | 0       |
| 4                                      | $G \geq 0.92 G_g$            | <i>cokolwiek</i> | 0         | 0       |

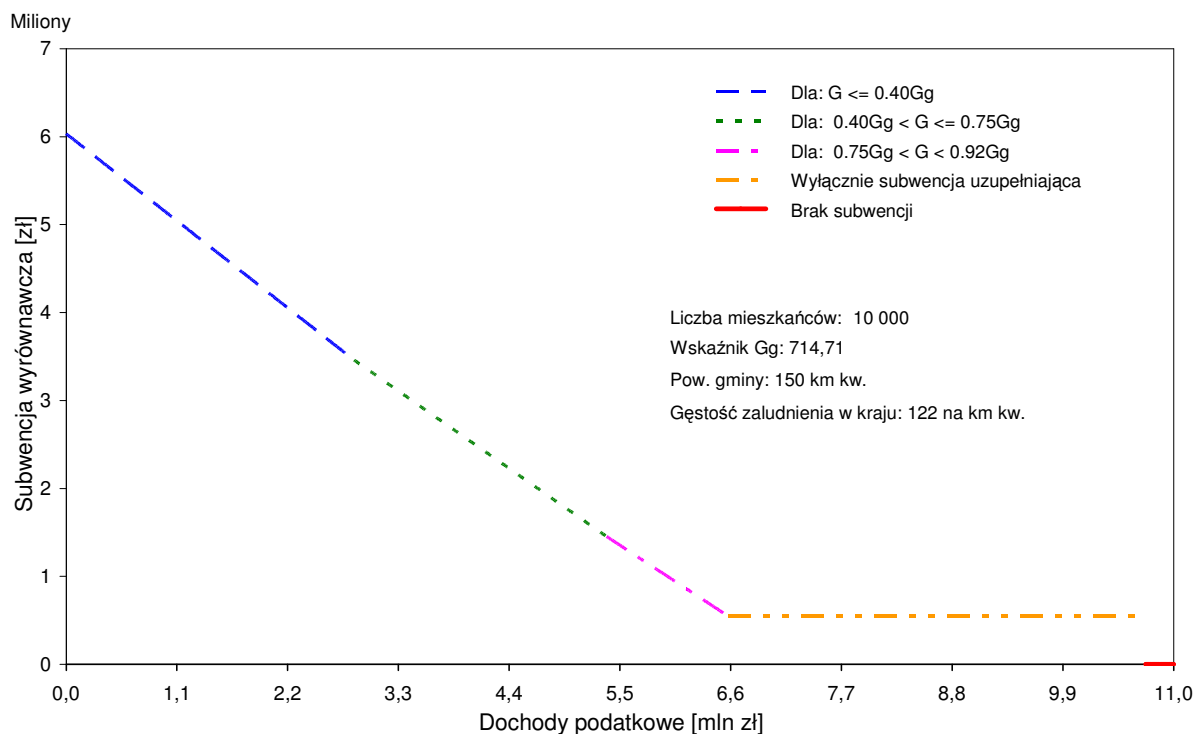
Tabela 1. Definicje parametrów w oparciu o art. 20 ust. 6 ustawy odjst.

W oparciu o definicje subwencji wyrównawczej – podstawowej wzór (1) oraz o Tabelę 1, na Rys. 1 przedstawiono obszary, w których występuje subwencja wyrównawcza podstawowa w funkcji liczby mieszkańców i dochodów podatkowych.

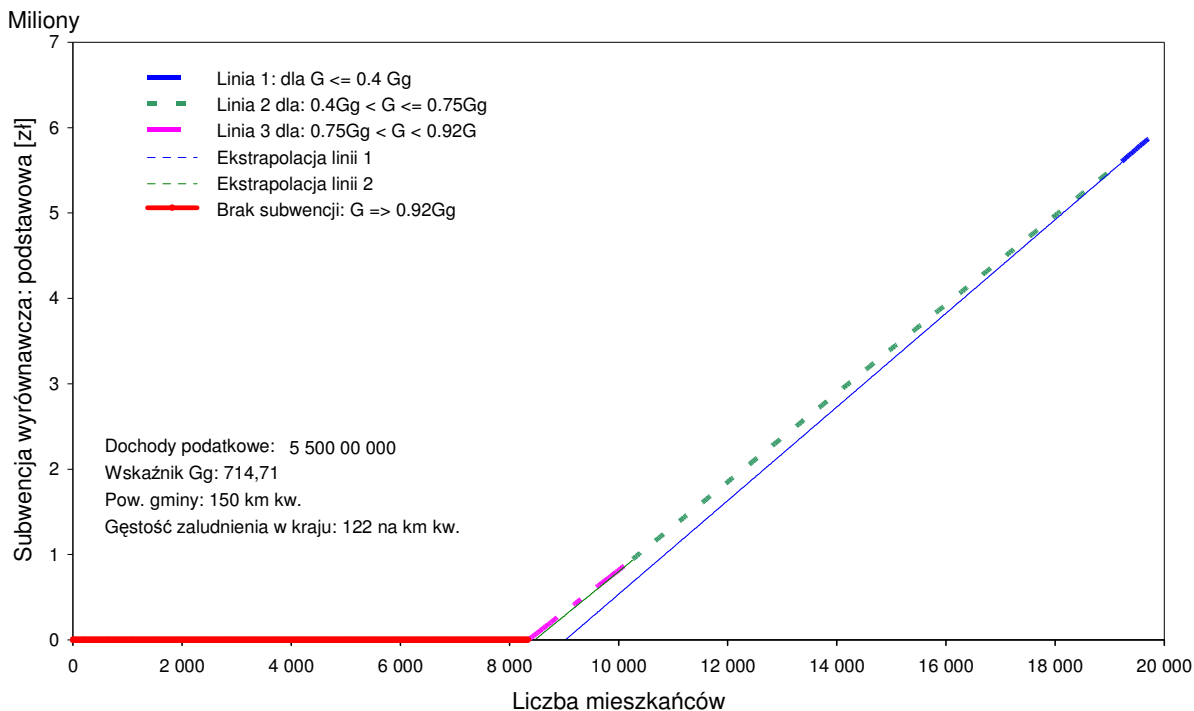


Rysunek 1. Diagram subwencji wyrównawczej – podstawowej w funkcji liczby mieszkańców i dochodów podatkowych gminy. Obszar zakreskowany to obszar, w którym występuje niezerowa subwencja wyrównawcza – podstawowa.

Subwencja podstawowa jako funkcja dochodów podatkowych  $D_p$  to sklejone trzy fragmenty o różnym kącie nachylenia linie w taki sposób, że subwencja ta jest funkcją ciągłą również w punktach sklejenia, co przedstawione jest na Rys. 2.



Rysunek 2. Subwencja wyrównawcza – podstawowa jako funkcja dochodów podatkowych.



Rysunek 3. Subwencja wyrównawcza – podstawowa jak funkcja liczby mieszkańców gminy.

**b) Analiza zachowań dochodów budżetu gminy jako funkcja dochodów podatkowych gminy**

Wpływy z dochodów podatkowych  $D_{p,w}$  można zapisać jako

$$D_{p,w} = D_p - D_{p,z}, \tag{4}$$

gdzie:  $D_{p,z}$  - utracona część dochodów podatkowych na skutek zastosowanych ulg, zwolnień, umorzeń itp. i niezastosowania maksymalnej stawki podatku,  
 $D_p$  - patrz definicja – wzór (3).

Część dochodów budżetu gminy  $D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p, D_{p,z})$  obejmującej wpływy z dochodów podatkowych oraz subwencji wyrównawczej – podstawowej wynosi:

$$D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p, D_{p,z}) = D_{p,w} + S_n^{wp}(D_p) = D_p - D_{p,z} + S_n^{wp}(D_p), \tag{5}$$

natomiast zmiana tej części dochodów budżetu gminy spowodowanej dodaniem nowego źródła dochodu podatkowego  $\Delta D_p$  oraz zastosowanych wobec niego ulg, zwolnień, umorzeń itp. i niezastosowania maksymalnej stawki podatku  $\Delta D_{p,z}$  wynosi:

$$\Delta D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p + \Delta D_p, D_{p,z} + \Delta D_{p,z}) = \Delta D_p (1 - \beta_n) - \Delta D_{p,z}, \tag{6}$$

gdzie:  $n$  - stopień dochodowości podatkowej gminy zdefiniowany w Tabeli 1 lub 2, a

$$\Delta D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p + \Delta D_p, D_{p,z} + \Delta D_{p,z}) = D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p + \Delta D_p, D_{p,z} + \Delta D_{p,z}) - D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p, D_{p,z}).$$

Względną zmianę części dochodów budżetu gminy spowodowaną nowym źródłem dochodu podatkowego  $\Delta D_p$  można zapisać:

$$\frac{\Delta D_{B,n}^{D_{p,w}+S_n^{wp}}(D_p + \Delta D_p, D_{p,z} + \Delta D_{p,z})}{\Delta D_p} = 1 - \beta_n - \frac{\Delta D_{p,z}}{\Delta D_p}. \tag{7}$$

| Stopień dochodowości podatkowej<br>$n$ | Dochodowość podatkowa gminy   | $\beta_n$ | $\frac{\Delta D_{p,z}}{\Delta D_p} \times 100\%$ | Skutek dla dochodów budżetu gminy |
|--|---|-----------|--|-----------------------------------|
| 1                                      | 2   | 3         | 4  | 5                                 |
| 1                                      | $G(D_p) \leq 0.40G_g$<br>oraz<br>$G(D_p + \Delta D_p) \leq 0.40G_g$                     | 0.90      | < 10%  | ↑ wzrost                          |
|  |   |           | = 10%  | ↔ bez zmian                       |
|  |   |           | > 10%  | ↓ obniżenie                       |
| 2                                      | $0.40G_g < G(D_p) \leq 0.75G_g$<br>oraz<br>$0.40G_g < G(D_p + \Delta D_p) \leq 0.75G_g$ | 0.80      | < 20%  | ↑ wzrost                          |
|  |   |           | = 20%  | ↔ bez zmian                       |
|  |   |           | > 20%  | ↓ obniżenie                       |
| 3                                      | $0.75G_g < G(D_p) < 0.92G_g$<br>oraz<br>$0.75G_g < G(D_p + \Delta D_p) < 0.92G_g$       | 0.75      | < 25%  | ↑ wzrost                          |
|  |   |           | = 25%  | ↔ bez zmian                       |
|  |   |           | > 25%  | ↓ obniżenie                       |

Tabela 2. Skutek dla dochodów budżetu gminy spowodowany dodaniem nowego źródła dochodu podatkowego  $\Delta D_p$  oraz zastosowanych wobec niego ulg, zwolnień, umorzeń itp. i niezastosowania maksymalnej stawki podatku  $\Delta D_{p,z}$ . Podane wartości w kolumnie 4 wynikają z założenia, że wartość – wzór (7) jest odpowiednio > 0, równa 0 lub < 0.

**Rozważmy następujące sytuacje:**

- a) Mamy trzy gminy, z których każda ma inny stopień dochodowości podatkowej (podanych w Tabeli 2). Załóżmy, że w każdej z nich pojawia się nowe źródło dochodu podatkowego o tej samej wartości np.  $\Delta D_p = 100\ 000$  zł. Jeżeli założymy, że wobec tego źródła zastosowano maksymalne stawki podatku i nie udzielono mu żadnego zwolnienia, ulg, umorzeń itp., czyli  $\Delta D_{p,z} = 0$  to wtedy w oparciu o wzór (6), wzrost dochodowej strony budżetu wyniesie 10 000 zł, 20 000 zł, 25 000 zł odpowiednio dla gminy o stopniu dochodowości podatkowej 1 (najniższy stopień dochodowości podatkowej z gmin subwencjonowanych), 2 (średni stopień dochodowości podatkowej z gmin subwencjonowanych), 3 (najwyższy stopień dochodowości podatkowej z gmin subwencjonowanych). Wobec powyższego należy stwierdzić: najniższą premię za staranie się o pozyskanie nowego źródła dochodów podatkowych otrzyma gmina o najniższym stopniu dochodowości podatkowej a najwyższą gmina o najwyższym stopniu dochodowości podatkowej z gmin subwencjonowanych.
- b) Załóżmy, że inwestor, czyli źródło dochodu podatkowego  $\Delta D_p$  poszukuje lokalizacji pod inwestycję na działalność gospodarczą. Źródło to otrzymało trzy propozycje od gmin, każda o innym stopniu dochodowości podatkowej (podanych w Tabeli 2). W oparciu o kolumnę 4 w Tabeli 2, wójt/burmistrz z gminy o stopniu dochodowości 1 mógł zaproponować krańcowo (nie zarabiając i nie tracąc ani złotówki dla budżetu gminy tj.  $\Delta D_{B,n} = \Delta D_p(1 - \beta_n) - \Delta D_{p,z} = 0$ ) inwestorowi 10% obniżkę w podatku ( $\Delta D_{p,z}$ ), wójt/burmistrz z gminy o stopniu dochodowości 2 - 20% obniżkę a o stopniu 3 - 25%. Dla inwestora najbardziej korzystna lokalizacja (z punktu widzenia podatków lokalnych) okazała się w gminie o najwyższej dochodowości podatkowej z gmin subwencjonowanych.

Subwencja wyrównawcza – podstawowa powinna mieć na celu nie tylko poprawę strony dochodowej budżetu gmin o niskich dochodach podatkowych, ale powinna posiadać również wbudowany mechanizm umożliwiający tym gminą wyjście z trudnej sytuacji finansowej. Ustanowiona przez ustawodawcę relacja pomiędzy parametrami  $\beta_n$  ( $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ , patrz Tabela 1) dla gmin o różnym stopniu dochodowości podatkowej, mechanizm ten nie tylko nie uruchamia a nawet przeciwnie uruchamia mechanizm, który może doprowadzić w dłuższym terminie gminy najbiedniejsze do pogorszenia dochodowości podatkowej..



c) **Subwencja podstawowa na jednego mieszkańca gminy**

Wykorzystując definicję wskaźnika  $G$  określonego wzorem (2) zapiszmy wzór na subwencję podstawową określoną równaniem (1) w nieco innej postaci a mianowicie

$$S_n^{wp}(m) = m(\beta_n \alpha_n + \mu_n)G_g - \beta_n D_p. \tag{8}$$

Wyznaczenie subwencji wyrównawczej przypadającej średnio na jednego mieszkańca gminy polega na podzieleniu wzoru (8) przez liczbę mieszkańców, co w konsekwencji daje

$$\bar{s}_n^{wp}(m) = (\beta_n \alpha_n + \mu_n)G_g - \beta_n \frac{D_p}{m}. \tag{9}$$

Symbol  $\bar{s}_n^{wp}$  oznacza subwencję podstawową średnią na jednego mieszkańca gminy.

Wyznamy teraz subwencję podstawową średnią lokalną w funkcji liczby mieszkańców przypadającą na jednego mieszkańca i oznaczmy ją symbolem  $s_n^{wp}$ . Załóżmy, że mamy ustaloną liczbę mieszkańców  $m$  i zmieniamy tą liczbę o  $k$  mieszkańców. Jeżeli założymy, że zmiana liczby mieszkańców o  $k$  mieszkańców nie powoduje przejścia danej gminy do innego niższego/wyższego stopnia dochodowości podatkowej to wtedy wzór na subwencję  $s_n^{wp}$  będziemy mogli zapisać jako

$$s_n^{wp}(m, k) = \frac{S_n^{wp}(m+k) - S_n^{wp}(m)}{k}. \tag{10}$$

Wykorzystując wzór (9) otrzymujemy, że  $s_n^{wp}$  jest równa

$$s_n^{wp} = (\beta_n \alpha_n + \mu_n)G_g. \tag{11}$$

Z analizy wzoru (11) wynika, że subwencja podstawowa średnia lokalna w funkcji liczby mieszkańców przypadającą na jednego mieszkańca w granicach danego stopnia dochodowości podatkowej:

- nie zależy od liczby mieszkańców  $m$ ,
- nie zależy o ile zmieniła się liczba mieszkańców gminy,
- zależy jedynie od stopnia dochodowości podatkowej  $n$  oraz wskaźnika  $G_g$ .

Z porównania wzorów (9) i (11) wynika, że subwencja podstawowa średnia lokalna w funkcji liczby mieszkańców przypadającą na jednego mieszkańca jest zawsze większa od subwencji podstawowej średniej przypadającej na jednego mieszkańca, a różnica tych wielkości wynosi

$$s_n^{wp} - \bar{s}_n^{wp}(m) = \beta_n \frac{D_p}{m}.$$

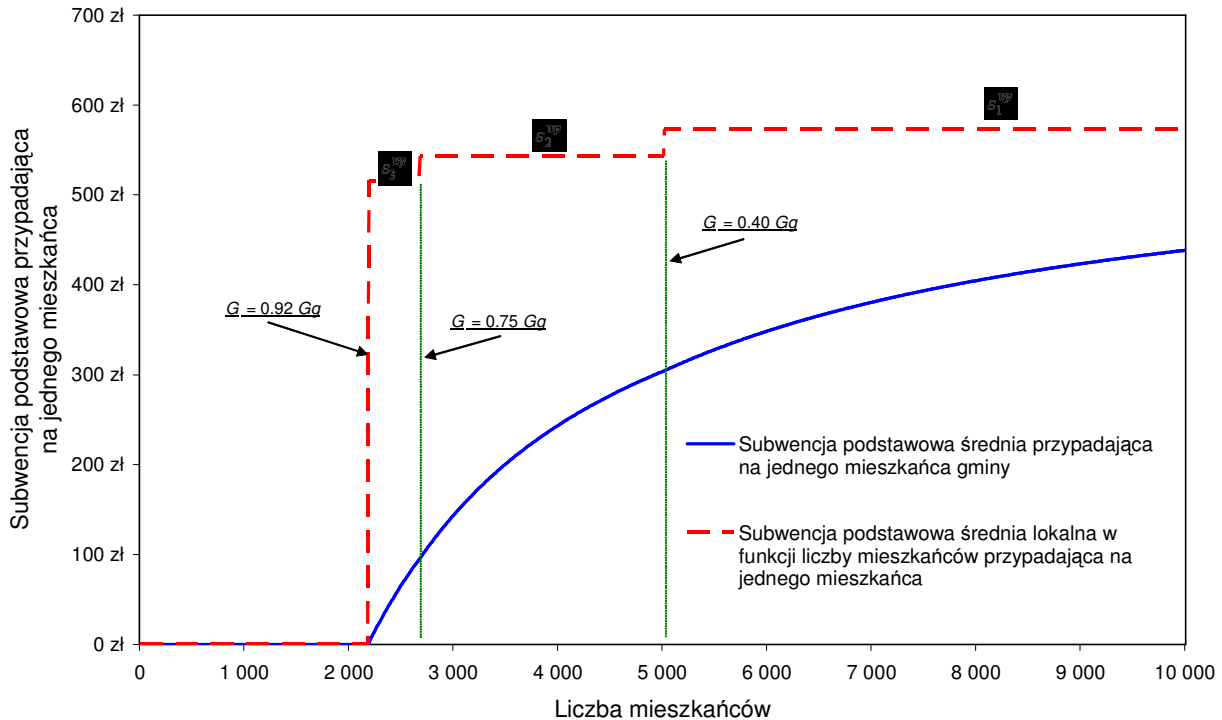
| Stopień dochodowości podatkowej $n$ | Dochodowość podatkowa gminy  | Zmiana wysokości subwencji podstawowej spowodowanej pozyskaniem/utraceniem jednego mieszkańca gminy $\pm (\beta_n \alpha_n + \mu_n)G_g$ |
|-------------------------------------|------------------------------|---|
| 1                                   | 2                            | 3   |
| 1                                   | $G \leq 0.40 G_g$            | $\pm 573$   |
| 2                                   | $0.40 G_g < G \leq 0.75 G_g$ | $\pm 544$   |
| 3                                   | $0.75 G_g < G < 0.92 G_g$    | $\pm 516$   |
| 4                                   | $G \geq 0.92 G_g$            | 0   |

Tabela 3. Zmiana wysokości subwencji podstawowej związanej ze zmianą liczby mieszkańców.

Wartości podane w kol. 3 Tabeli 3 są wielkościami wyznaczonymi teoretycznymi w oparciu o zamieszczone wyżej analizy. W praktyce jednak ze względu na stosowanie kilku

zaokrążeń w procesie naliczania subwencji podstawowej przez Ministerstwo Finansów wartości te mogą się różnić - średnio jednak wartości te powinny oscylować wokół podanych w w/w tabeli.

Dla przykładu: założmy, że w gminie o stopniu dochodowości podatkowej  $n = 1$  (tj.  $G \leq 0.40 G_g$ ) przybyło 50 nowych mieszkańców wtedy subwencja podstawowa wzrośnie o kwotę równą  $50 \times 573 = 28\ 650$ . Inny przykład: w gminie o stopniu dochodowości  $n = 2$  ubyło 100 mieszkańców, wtedy subwencja spadnie o kwotę  $100 \times 544 = 54\ 400$ . Należy pamiętać, że szacunki te przeprowadzono przy założeniu, że  $G_g = 747.12$ .



Rysunek 4. Subwencja podstawowa na jednego mieszkańca gminy w funkcji liczby mieszkańców. Założono, że wskaźnik  $G_g = 747,12$  a dochody podatkowe gminy  $D_p = 1\ 500\ 000$ . Subwencja podstawowa średnia lokalna w funkcji liczby mieszkańców przypadająca na jednego mieszkańca w zależności od stopnia dochodowości podatkowej wynosi:  $s_1^{wp} = 573$ ,  $s_2^{wp} = 544$  a  $s_3^{wp} = 516$ .

Na Rys. 4 przedstawione są subwencje podstawowe przypadające na jednego mieszkańca a zdefiniowane wzorami (9) i (11). Przy wzroście liczby mieszkańców subwencja podstawowa średnia przypadająca na jednego mieszkańca  $\bar{s}_1^{wp}(m \rightarrow \infty)$  oznaczona linią ciągłą na Rys. 4 asymptotycznie dąży do linii przerywanej na poziomie  $s_1^{wp} = 573$ .

Uwaga: Z analizy formuły na subwencję podstawową wzór (8) wynika, że występuje w nim trzy niezależne, zdefiniowane przez ustawę parametry tj.  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  i  $\mu_n$ , kiedy wystarczą jedynie dwa, jeden to np.  $\omega_n = \beta_n \alpha_n + \mu_n$  a drugi to  $\beta_n$ . Z całej wyżej przedstawionej analizy subwencji podstawowej wynika, że jedynie dla parametru  $\beta_n$  można podać interpretację. Interpretację można podać również dla parametru  $\omega_n$ , nie można jednak nadać sensownej interpretacji parametrom:  $\alpha_n$  i  $\mu_n$ . Model subwencji podstawowej jest przesterowany zbędnymi parametrami i jedynie komplikuje zapisy w ustawie odjst, jej rozumienie oraz samo naliczanie subwencji podstawowej przez Ministerstwo Finansów.

## 2. SUBWENCJA WYRÓWNAWCZA – UZUPEŁNIAJĄCA

Wartość subwencji uzupełniającej określonej wzorem (12) definiuje art. 20 ust. 7 ÷ 9 ustawy odjst. Niezerową subwencję uzupełniającą otrzymują te gminy, w których średnia gęstość zaludnienia w gminie jest niższa od średniej gęstości zaludnienia w kraju a wskaźnik  $G \leq 1.5G_g$ .

$$S^{wu}(m, G) = \Theta\left(1 - \frac{2}{3} \frac{G}{G_g}\right) \Theta\left(1 - \frac{\rho}{\rho_k}\right) m q G_g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_k}\right), \quad (12)$$

gdzie:  $q = 0.17$  - parametr określony przez art. 20 ust. 8, pkt 1) ustawy odjst,

$\rho$  - gęstość zaludnienia w gminie,

$\rho_k$  - gęstość zaludnienia w kraju,

$\Theta(x)$  - funkcja *Heavised'a* zdefiniowana jako:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \geq 0 \\ 0 & \text{dla } x < 0 \end{cases}. \quad (13)$$

Funkcje *Heavised'a* użyte we wzorze (12) mają na celu zerowanie subwencji dla gęstości zaludnienia w gminie większych niż gęstość zaludnienia w kraju oraz zerowanie subwencji dla  $G > 1.5G_g$ .

### a) Definicja stosowana przez Ministerstwa Finansów

Do wyznaczenia subwencji uzupełniającej *MF* posługuje się (zgodnie z zaleceniami ustawodawcy) danymi z GUS. Dane te to: liczba mieszkańców gminy, gęstość zaludnienia w gminie i średnia gęstość zaludnienia w kraju. Obie gęstości zaludnienia GUS podaje w liczbach całkowitych.

$$\rho_{mf}(m, P) = f_{GUS}(\rho(m, P)), \quad (14)$$

$$\rho_{k,mf}(m_k, P_k) = f_{GUS}(\rho_k(m_k, P_k)), \quad (15)$$

gdzie:  $f_{GUS}(x)$  to funkcja, której wynikiem działania jest zaokrąglenie  $x$  do liczby całkowitej,

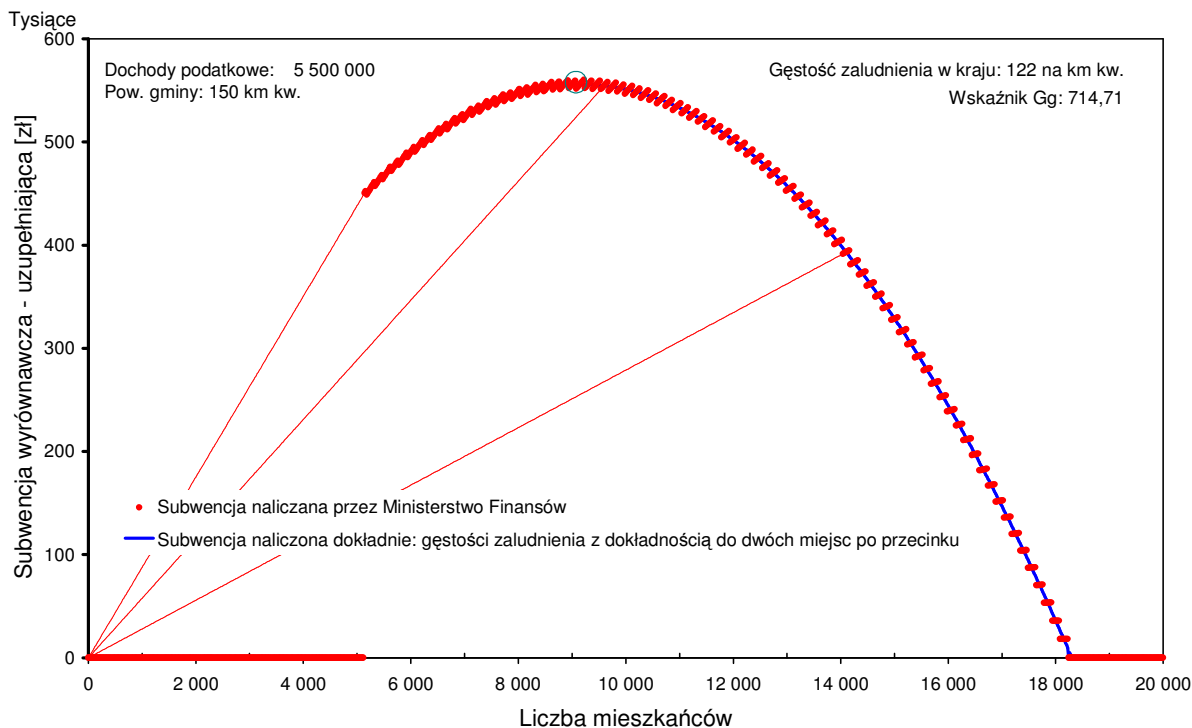
a  $\rho(m, P)$  i  $\rho_k(m, P)$  - gęstości zaludnienia zdefiniowane w dalszej części pracy.

Wzór na subwencję uzupełniającą (z indeksem *mf*) stosowany przez *MF* z uwzględnieniem definicji gęstości wzór (14) i (15) oraz wzór (2) ma postać:

$$S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P), D_p) = \Theta\left(1 - \frac{2}{3} \frac{D_p}{m G_g}\right) \Theta\left(1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}}\right) m q G_g \left(1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}}\right). \quad (16)$$

Przyjęcie definicji gęstości zaludnienia w postaci wzoru (14) i (15) ma daleko idące konsekwencje w zachowaniu się subwencji uzupełniającej w funkcji liczby mieszkańców i gęstości zaludnienia oraz w wyznaczaniu wartości błędu naliczania tej subwencji. Zależność subwencji uzupełniającej  $S_{mf}^{wu}$  w funkcji liczby mieszkańców przedstawia linia czerwona na Rys. 5. Wykresem tej subwencji są fragmenty prostych (przedłużenia wszystkich tych fragmentów przechodzą przez początek układu współrzędnych).

Obcięcie subwencji z lewej strony wykresu (zerowanie się subwencji uzupełniającej) jest spowodowane tym, że przy danej liczbie mieszkańców i danych dochodach podatkowych  $D_p$  wskaźnik  $G$  jest większy  $1.5G_g$ .



Rysunek 5. Subwencja wyrównawcza – uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców gminy. Linia przerywaną oznaczono przedłużenia wybranych fragmentów funkcji subwencji uzupełniającej naliczanej przez Ministerstwo Finansów. Wszystkie przedłużenia trafiają w początek układu współrzędnych. Okolicę największej subwencji oznaczono kółeczkiem.

**b) Definicja dokładna**

Gęstość zaludnienia nie jest zmienną niezależną. Jest wielkością wyliczalną na podstawie mierzalnych wielkości: liczby mieszkańców  $m$  i powierzchni  $P$ , którą mieszkańcy ci zamieszkują.

Definicja średniej gęstości zaludnienia w gminie:  $\rho$

$$\rho = \frac{m}{P}. \tag{17}$$

Definicja średniej gęstości zaludnienia w kraju:  $\rho_k$

$$\rho_k = \frac{m_k}{P_k}, \tag{18}$$

gdzie:  $m_k$  - liczba mieszkańców kraju,

$P_k$  - powierzchnia kraju.

Po wykorzystaniu definicji  $G$  (wzór (2)) i  $\rho$  (wzór (17)), wzór na subwencję uzupełniająca przyjmuje postać:

$$S_{dk}^{wu}(m, P, D_p) = \Theta \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{D_p}{m G_g} \right) \Theta \left( 1 - \frac{m}{P} \frac{1}{\rho_k} \right) m q G_g \left( 1 - \frac{m}{P} \frac{1}{\rho_k} \right). \tag{19}$$

We wzorze (19) dodano dolny indeks  $dk$  dla odróżnienia go od wzoru, jaki stosuje  $MF$  określonego wzorem (16). Wykresem tej subwencji jest linia (fragment paraboli) oznaczona kolorem niebieskim na Rys. 5. Subwencja uzupełniająca  $S_{dk}^{wu}$  osiąga wartość największą, (co szczegółowo określa wzór (20)) wtedy, gdy  $m$  ma wartość odpowiadającą maksimum paraboli w funkcji  $m$  określonej równaniem  $y(m) = m q G_g \left( 1 - \frac{m}{P} \frac{1}{\rho_k} \right)$ , tj. gdy  $m = f_z \left( \frac{1}{2} P \rho_k \right)$

( $\rho = \frac{1}{2}\rho_k$ ) lub, gdy dochody podatkowe gminy są na tyle duże, że w równaniu (19)

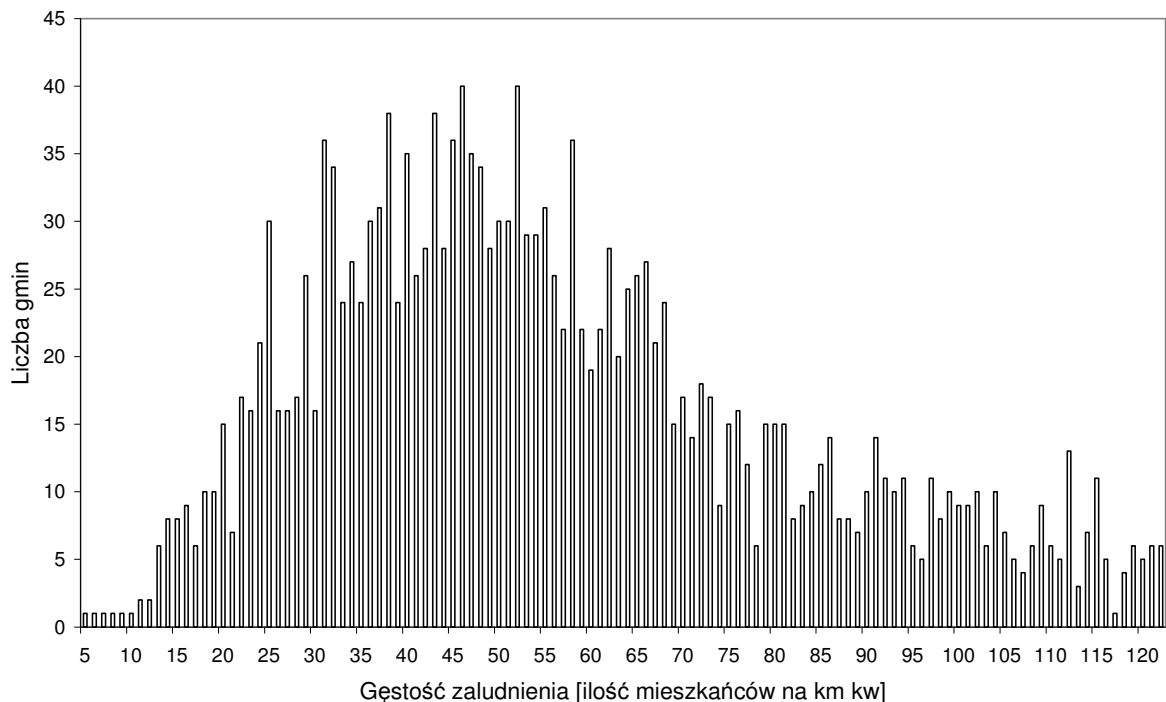
maksimum to nie występuje, wtedy subwencja ma wartość największą dla  $m = f_z\left(\frac{2 D_p}{3 G_g}\right)$ .

$$S_{\max}^{wu}(m) = \begin{cases} \frac{1}{4}qG_g\rho_k P & \text{dla } m = f_z\left(\frac{1}{2}P\rho_k\right) \text{ jeżeli } f_z\left(\frac{1}{2}P\rho_k\right) \geq f_z\left(\frac{2 D_p}{3 G_g}\right) \\ \frac{2}{3}qD_p\left(1 - \frac{2 D_p}{3 G_g P\rho_k}\right) & \text{dla } m = f_z\left(\frac{2 D_p}{3 G_g}\right) \text{ jeżeli } f_z\left(\frac{1}{2}P\rho_k\right) < f_z\left(\frac{2 D_p}{3 G_g}\right) \end{cases}, \quad \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \quad (20)$$

gdzie:  $f_z(x)$  to funkcja, której wynikiem działaniem jest zaokrąglenie  $x$  do liczby całkowitej

$$f_z(\dots klm.xyz\dots) = \begin{cases} \dots klm & \text{dla } 0.xyz\dots < 0.5 \\ (\dots klm) + 1 & \text{dla } 0.xyz\dots \geq 0.5 \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie: k,l,m,x,y,z, itp. to cyfry od 0 do 9.



Rysunek 6. Liczba gmin<sup>1</sup> jako funkcja gęstości zaludnienia wg stanu na dzień 31-12-2003 r. Wykres obejmuje tylko te gminy, w których  $\rho$  było  $\leq \rho_k$ . Wg stanu na dzień 31-12-2003 r.  $\rho_k = 122$ .

Połowa średniej gęstości zaludnienia w kraju na dzień 31-12-2003r. to 61 *osób/km<sup>2</sup>*. Z Rys. 6 wynika, że najwięcej gmin w funkcji ich gęstości zaludnienia jest poniżej połowy średniej gęstości zaludnienia w kraju.

**d) Analiza błędu naliczania subwencji uzupełniającej w oparciu o GUS-owska definicję gęstości zaludnienia**

Jeżeli założymy, że błąd (wynikający z zaokrąglenia) w wyznaczaniu przez GUS gęstości zaludnienia w gminie  $\delta\rho_{mf}$  jest taki sam jak błąd w wyznaczaniu gęstości zaludnienia w kraju  $\delta\rho_{k,mf}$  to wtedy błąd bezwzględny w wyznaczaniu subwencji uzupełniającej przez MF wynosi

<sup>1</sup> Opracowano na podstawie - Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2004r., GUS, 2004

$$\delta S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}) = \begin{cases} \pm m q G_g \frac{\rho_{k,mf} + \rho_{mf}}{\rho_{k,mf}^2} \delta \rho & \text{dla } m > 0 \wedge \delta \rho_{mf}(m, P) = \delta \rho_{k,mf} = \delta \rho \\ 0 & \text{dla } m = 0 \wedge \delta \rho_{mf}(0, P) = 0 \wedge \delta \rho_{k,mf} = \delta \rho \end{cases}, \quad (22)$$

natomiast błąd względny wynosi

$$\frac{\delta S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P))}{S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P))} = \begin{cases} \pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} \frac{\rho_{k,mf} + \rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf} - \rho_{mf}(m, P)} \delta \rho & \text{dla } m > 0, \\ \text{wartosc nieokreslona} & \text{dla } m = 0 \end{cases}, \quad (23)$$

Jeżeli założymy, że funkcja zaokrąglająca do liczb całkowitych  $f_{GUS}(x)$  jest zdefiniowana

$$f_{GUS}(...klm.xyz...) = \begin{cases} ...klm & \text{dla } 0.xyz... < 0.5 \\ (...klm) + 1 & \text{dla } 0.xyz... \geq 0.5 \end{cases}, \quad (24)$$

gdzie: k,l,m,x,y,z, itp. to cyfry od 0 do 9,

to wtedy  $\delta \rho = 0.5 \hat{\rho}$ ,

gdzie:  $\hat{\rho}$  - jednostka miary gęstości zaludnienia np.  $\frac{\text{osób}}{\text{km}^2}$ .

Zakres możliwych gęstości zaludnienia w gminie, dla której może przysługiwać subwencja uzupełniająca

to  $\langle 0 \hat{\rho}, 1 \hat{\rho}, 2 \hat{\rho}, \dots, \rho_{k,mf} - 2 \hat{\rho}, \rho_{k,mf} - 1 \hat{\rho}, \rho_{k,mf} \rangle$ ,

a błąd względny w wyznaczeniu tej subwencji jest z zakresu:

$$\frac{\delta S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P))}{S_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P))} = \begin{cases} \text{wartosc nieokreslona} & \text{dla } m = 0 \\ \pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} 0.5 \hat{\rho} & \text{dla } \rho_{mf}(m, P) = 0 \hat{\rho} \\ \pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} \frac{\rho_{k,mf} + 1 \hat{\rho}}{\rho_{k,mf} - 1 \hat{\rho}} 0.5 \hat{\rho} & \text{dla } \rho_{mf}(m, P) = 1 \hat{\rho} \\ \dots & \text{dla } \dots \\ \pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} \frac{2 \rho_{k,mf} - 2 \hat{\rho}}{2 \hat{\rho}} 0.5 \hat{\rho} & \text{dla } \rho_{mf}(m, P) = \rho_{k,mf} - 2 \hat{\rho} \\ \pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} \frac{2 \rho_{k,mf} - 1 \hat{\rho}}{1 \hat{\rho}} 0.5 \hat{\rho} & \text{dla } \rho_{mf}(m, P) = \rho_{k,mf} - 1 \hat{\rho} \\ \pm \infty & \text{dla } \rho_{mf}(m, P) = \rho_{k,mf} \end{cases} \quad (25)$$

czyli z zakresu od  $\pm \frac{1}{\rho_{k,mf}} 0.5 \hat{\rho}$  (dla  $\rho_{mf}(m, P) = 0 \hat{\rho}$ ) aż do  $\pm \infty$  (dla  $\rho_{mf}(m, P) = \rho_{k,mf}$ ).

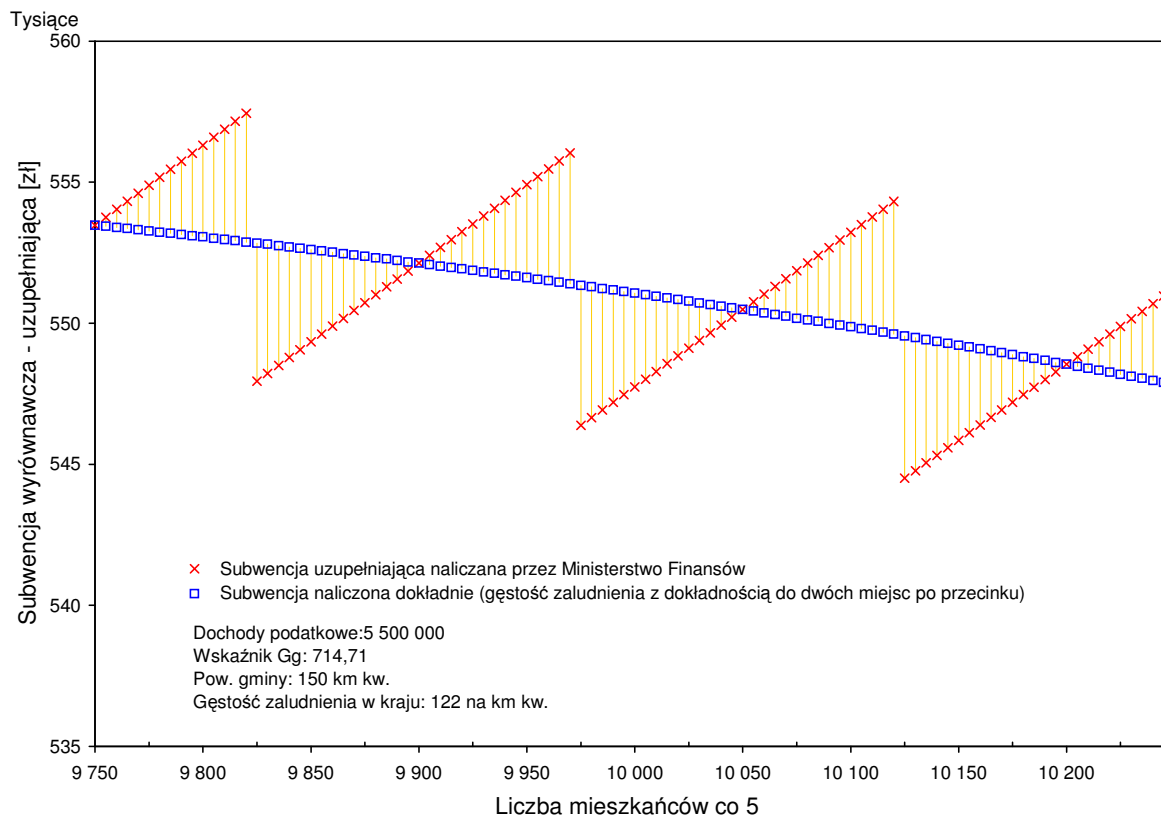
Występowanie błędu w naliczaniu subwencji jest rzeczą naturalną i nieuniknioną. Górna wartość błędu względnego tj.  $\pm \infty$  wynika bezpośrednio z faktu istnienia niezerowego błędu w wyznaczaniu gęstości zaludnienia i z równania (12), natomiast każda wartość pośrednia błędu względnego (i bezwzględnego) wynika już nie tylko z faktu istnienia niezerowego błędu przy wyznaczaniu gęstości zaludnienia, ale zależy również od wartości tego błędu.

Na Rys. 7 i 8 przedstawione są wykresy subwencji uzupełniającej w funkcji liczby mieszkańców a na Rys. 9 procentowe różnice pomiędzy naliczaną subwencją wg MF a naliczaną dokładnie. Na Rys. 8 i 9 kółeczkiem zaznaczono punkty krytyczne (szczegółowo

omawiane na str. 17), z których następuje gwałtowna zmiana wartości subwencji przy zmianie liczby mieszkańców o jeden osobę.

| lp. | Gęstość zaludnienia w gminie [osób/km <sup>2</sup> ] | Subwencja uzupełniająca naliczona przez Ministerstwo Finansów [zł] | Błąd naliczania subwencji uzupełniającej spowodowany definicją - wzór (14) i (15) |                   |
|-----|--|--|---|-------------------|
|     |  |  | wartościowo [zł] (błąd bezwzględny)   | % (błąd względny) |
| 1   | 2  | 3  | 4   | 5                 |
| 1   | 1  | 1 205 048  | ± 5 020   | ± 0.42            |
| 2   | 30   | 916 235  | ± 6 204   | ± 0.68            |
| 3   | 61   | 607 504  | ± 7 469   | ± 1.23            |
| 4   | 90   | 318 690  | ± 8 653   | ± 2.72            |
| 5   | 121  | 9 959  | ± 9 918   | ± 99.59           |

Tabela 4. Przykładowe błędy naliczania subwencji uzupełniającej dla gminy liczącej 10 000 mieszkańców przy założeniu, że  $\rho_{k,mf} = 122$  osoby/km<sup>2</sup>,  $q = 0.17$ ,  $G_g = 714.71$  oraz przy błędzie w wyznaczaniu gęstości zaludnienia  $\delta\rho = 0.5 \hat{\rho}$ .

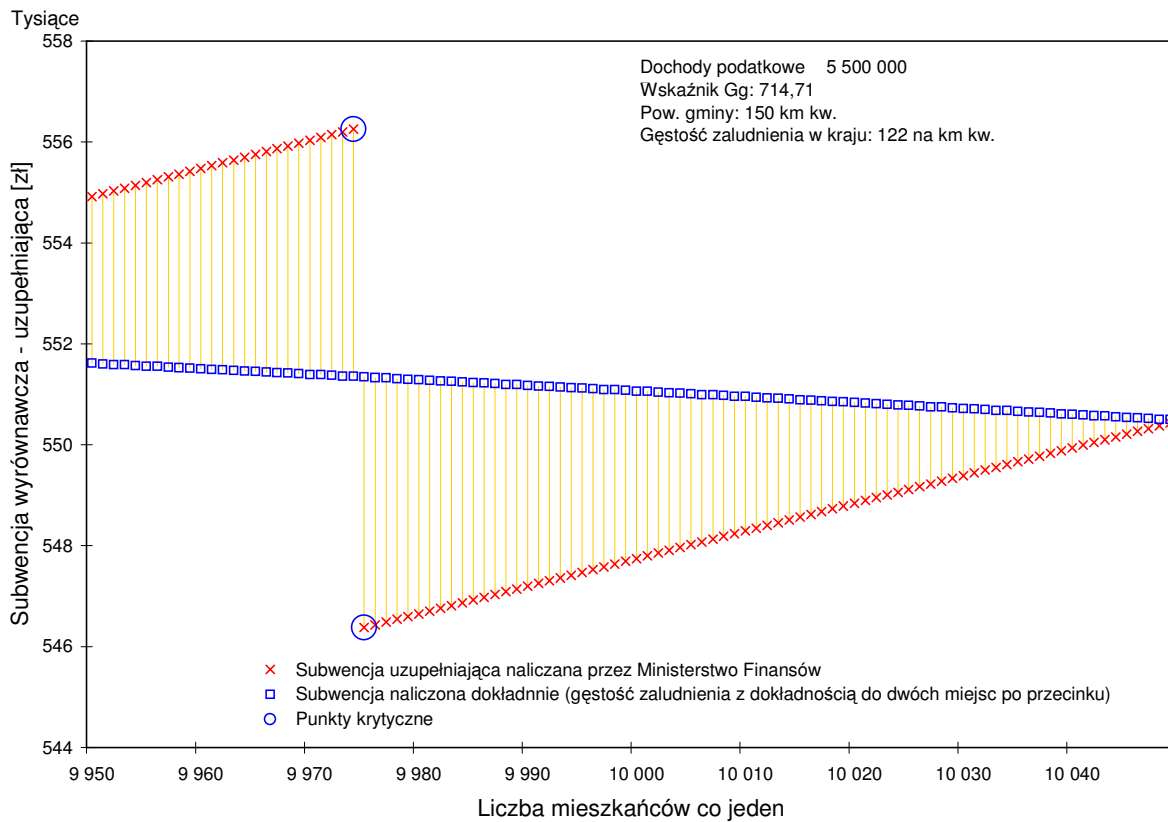


Rysunek 7. Subwencja uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców. Obszar z kilkoma punktami krytycznymi. Punkty oznaczone × (subwencja naliczona przez MF) leżące powyżej subwencji naliczonej dokładnie to subwencje przeszacowane a leżące poniżej to subwencje niedoszacowane w stosunku do subwencji dokładnej.

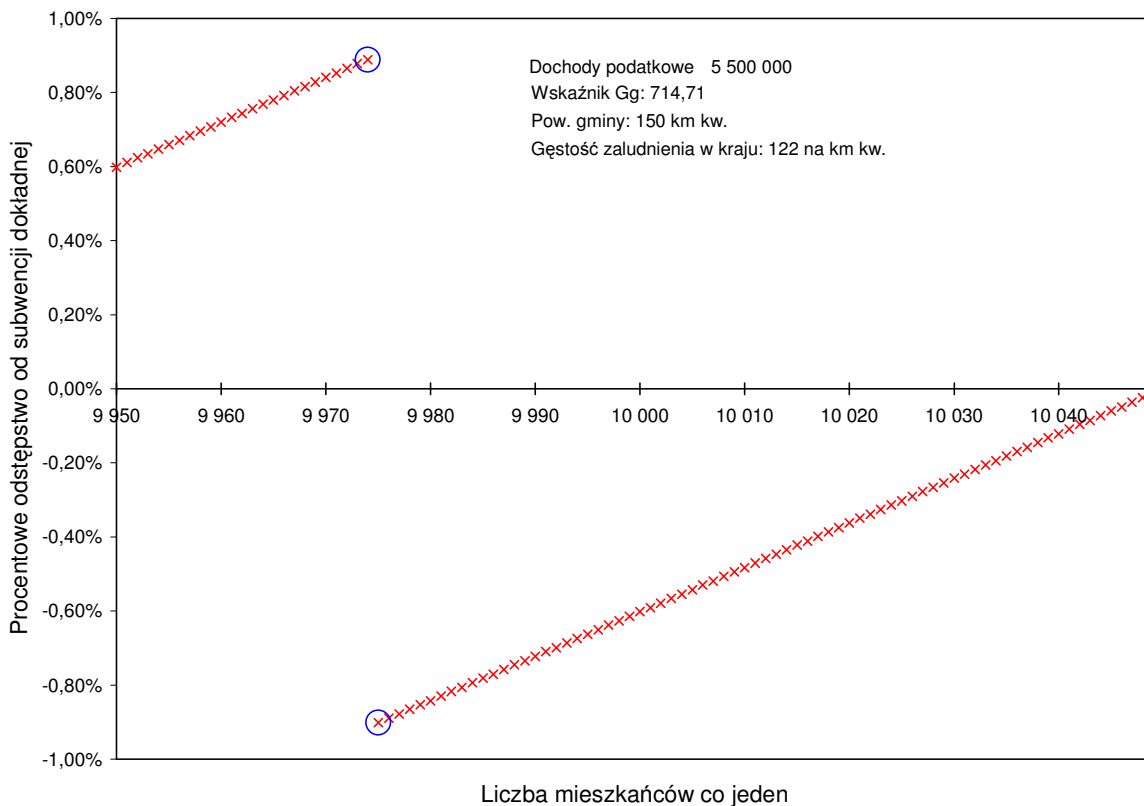
**c) Subwencja uzupełniająca na jednego mieszkańca gminy**

- subwencja uzupełniającej na mieszkańca  $s_{mf}^{wu}$  z definicji MF wzór (16)

Subwencja uzupełniająca przypadająca na jednego mieszkańca gminy  $s_{mf}^{wu}$  (oznaczona małą literką s) wg metody stosowanej przez MF otrzymać można dzieląc wzór (16) przez liczbę mieszkańców gminy  $m$ . Subwencja przypadająca na jednego mieszkańca gminy – wzór (26), Rys. 10 jest funkcją schodkową zależną od liczby mieszkańców gminy.



Rysunek 8. Subwencja uzupełniająca jako funkcja liczby mieszkańców. Obszar z jednym punktem krytycznym.

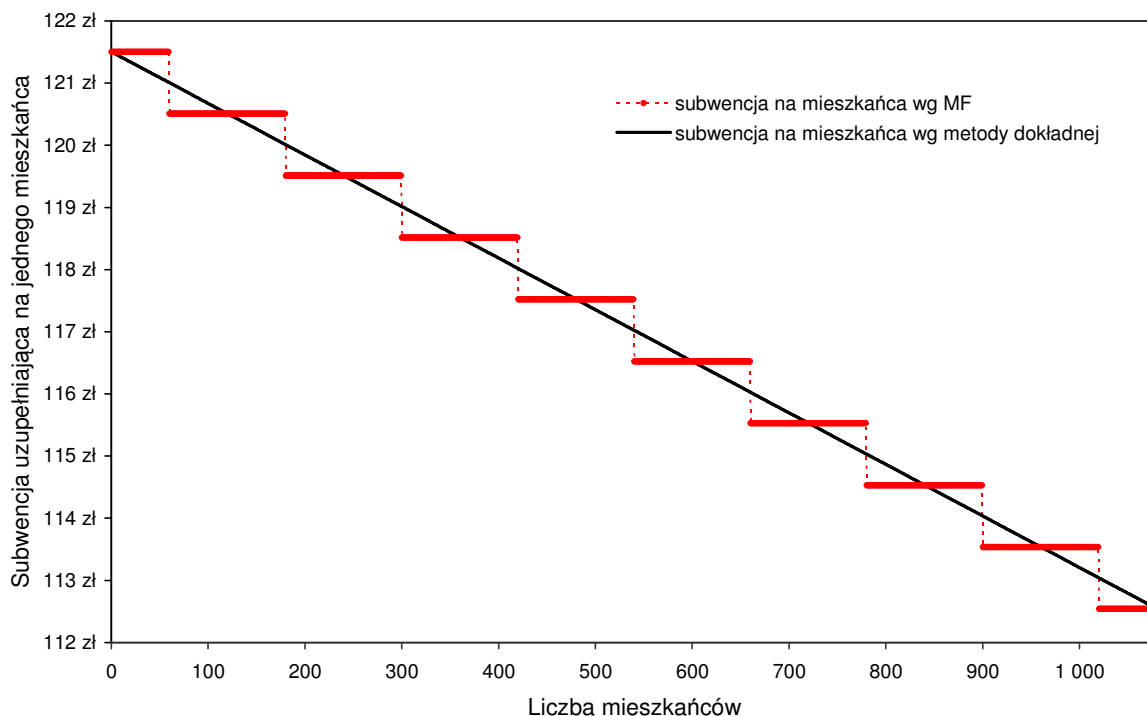


Rysunek 9. Względne procentowe różnice pomiędzy subwencją uzupełniającą naliczaną przez Ministerstwo Finansów a subwencją naliczaną dokładnie (różnice dotyczą danych z Rys. 8).



$$s_{mf}^{wu}(m, \rho_{mf}(m, P), D_p) = \Theta \left( 1 - \frac{2 D_p}{3 m G_g} \right) \Theta \left( 1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}} \right) q G_g \left( 1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}} \right) \text{ dla } m > 0. \quad (26)$$

Fragment zależności subwencji  $s_{mf}^{wu}$  – wzór (26) od liczby mieszkańców przedstawia Rys. 10. Tak wysokość schodków, jak i długość i ilość schodków zależą od dokładności wyznaczania gęstości zaludnienia. Określona w ten sposób funkcja subwencji uzupełniającej na mieszkańca od liczby mieszkańców wyróżnia w sposób bardzo drastyczny niektóre osoby.



Rysunek 10. Subwencja uzupełniająca przypadająca na jednego mieszkańca. Założono, że  $G_g = 714.71$ ,  $q = 0.17$ , powierzchnia gminy – 120 km<sup>2</sup>, gęstość zaludnienia w kraju – 122 osoby/km<sup>2</sup>. Na wykresie nie uwzględniono obcięcia wykresu z lewej strony wynikającego z faktu, że  $G$  może być większe od  $1.5G_g$ .

- Subwencja uzupełniającej na mieszkańca  $s_{dk}^{wu}$  z definicji dokładnej wzór (19)

Subwencja uzupełniająca przypadająca na jednego mieszkańca gminy  $s_{dk}^{wu}$  (oznaczona małą literką s) wg metody dokładnej otrzymuje się dzieląc wzór (19) przez liczbę mieszkańców gminy  $m$ . Subwencja ta – wzór (27), Rys. 10 jest liniową funkcją od liczby mieszkańców.

$$s_{dk}^{wu}(m, P, D_p) = \Theta \left( 1 - \frac{2 D_p}{3 m G_g} \right) \Theta \left( 1 - \frac{m}{P \rho_k} \right) q G_g \left( 1 - \frac{m}{P \rho_k} \right) \text{ dla } m > 0. \quad (27)$$

Każda osoba niezależnie od dnia roku, w którym to osoba ta zdecydowała się zamieszkać/opuścić daną gminę powoduje taki sam skutek dla gminy tzn. zmniejsza/zwiększa w takim samym stopniu przyszłą subwencję uzupełniająca przypadającą na mieszkańca gminy.

**d) Punkty krytyczne w liczbie mieszkańców przy naliczaniu subwencji uzupełniającej**

Osoba decydująca się zamieszkać/opuścić daną gminę powodując swą decyzją zmianę wartości gęstości zaludnienia w tej gminie, zdefiniowaną wzorem (14) powoduje również spadek/wzrost przyszłej subwencji uzupełniającej przypadającej na jednego mieszkańca. Punkty na osi liczb mieszkańców, w których następuję ten efekt nazwijmy punktami krytycznymi typu Z(zameldowanie)/W(wymeldowanie). Zwiększenie o 1 liczby mieszkańców z punktu krytycznego typu Z powoduje gwałtowny spadek subwencji uzupełniającej i odwrotnie zmniejszenie o 1 liczbę mieszkańców z punktu krytycznego typu W powoduje

gwałtowny wzrost subwencji uzupełniającej, co prezentowane jest w Tabeli 5. Bezpośrednią przyczyną takiego zachowania się subwencji uzupełniającej w funkcji liczby mieszkańców, (z której korzysta  $MF$  - wzór (16)) jest definicja gęstości zaludnienia a właściwie niedokładne wyznaczanie tej wielkości dla celów naliczania subwencji.

**Przykład:**

Jeżeli przy liczbie mieszkańcy gminy  $m$  gęstość zaludnienia w gminie wynosi  $\rho_{mf}(m)$  a po zwiększeniu liczby mieszkańców o 1,  $\rho_{mf}(m+1) = \rho_{mf}(m) + 1$  to wtedy (przy założeniu, że  $\rho_{mf}(m) < \rho_{k,mf}$  i  $\rho_{mf}(m) + 1 < \rho_{k,mf}$  oraz  $G \leq 1.5G_g$ ) strata dla budżetu gminy powstała

$$\text{w wyniku tej sytuacji wyniesie } -mqG_g \frac{1}{\rho_{k,mf}} \quad (\text{z błędem } \pm qG_g \text{ dla } \rho_{k,mf} \geq 1)$$

Dla oszacowania tej straty założymy, że  $m=10\ 000$ ,  $q=0.17$ ,  $G_g=714.71$  a  $\rho_{k,mf} = 122 \text{ osoby/km}^2$ .

Strata wynosi 9 959 zł ( $\pm 122$  zł) (czyli około 1 złotówki na mieszkańca)

Jeżeli liczba mieszkańców  $m$  byłaby dwukrotnie większa to i strata byłaby dwukrotnie większa.

Przeprowadzając podobne rozumowanie, ale w odwrotną stronę, możemy na zmniejszeniu liczby mieszkańców o 1, tym razem zyskać dla budżetu gminy na subwencji uzupełniającej kwotę taka jak wyżej.

| lp | Zmiana liczby mieszkańców                            | Zmiana wartości GUS-owskiej gęstości zaludnienia                                     | Subwencja uzupełniająca                                      |   |
|----|--|--|--|---|
|    |  |  | wartości zmiany  | względna zmiana w %                               |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5   |
| 1  | $m \Rightarrow m+1$<br>wzrost liczby mieszkańców o 1 | $\rho_{mf}(m+1, P) = \rho_{mf}(m, P)$  | subwencja wzrasta  |   |
|    |  |  | $+qG_g \left(1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}}\right)$ | $+\frac{100}{m}\%$                                |
|    |  | $\rho_{mf}(m+1, P) = \rho_{mf}(m, P) + 1$<br>wtedy $m$ jest punktem krytyczny typu Z | subwencja gwałtownie spada                                   |   |
|    |  |  | $\cong -mqG_g \frac{1}{\rho_{k,mf}}$                         | $\cong -\frac{100}{\rho_{k,mf} - \rho_{mf}(m)}\%$ |
| 2  | $m \Rightarrow m-1$<br>spadek liczby mieszkańców o 1 | $\rho_{mf}(m-1, P) = \rho_{mf}(m, P)$  | subwencja spada  |   |
|    |  |  | $-qG_g \left(1 - \frac{\rho_{mf}(m, P)}{\rho_{k,mf}}\right)$ | $-\frac{100}{m}\%$                                |
|    |  | $\rho_{mf}(m-1, P) = \rho_{mf}(m, P) - 1$<br>wtedy $m$ jest punktem krytyczny typu W | subwencja gwałtownie wzrasta                                 |   |
|    |  |  | $\cong +mqG_g \frac{1}{\rho_{k,mf}}$                         | $\cong +\frac{100}{\rho_{k,mf} - \rho_{mf}(m)}\%$ |

Tabela 5. Zestawienie zmian subwencji uzupełniającej przy zmianie liczby mieszkańców gminy o jednego mieszkańca. Błąd w wyznaczeniu wielkości w kol.4 poprzedzonych znakiem  $\cong$  wynosi  $\pm qG_g$ .

Przy wzroście liczby mieszkańcy gminy o jednego mieszkańca zawsze subwencja uzupełniająca wzrasta (względnie) o wartość  $+\frac{100}{m}\%$  poza przypadkami, z których wzrost o jednego mieszkańca następuje z punktu krytycznego typu Z, wtedy następuje (tym razem jednak znaczny) spadek subwencji tj. o  $\cong -\frac{100}{\rho_{k,mf} - \rho_{mf}}\%$ . W praktyce, czyli uwzględniając

wszystkie gminy, których gęstości zaludnienia jest mniejsza od gęstości zaludnienia w kraju, względna zmiana wartości subwencji uzupełniającej przy wzroście o jednego mieszkańca z punktu krytycznego typu Z jest z zakresu od  $-0.855\%$  do  $-100\%$ , a w pozostałych przypadkach z zakresu od  $0.003\%$  do  $0.076\%$ .

### III PUNKTY KRYTYCZNE A RZECZYWISTOŚĆ (w subwencji uzupełniającej)

W oparciu o Tabelę 5 i analizę danych opublikowanych przez GUS<sup>2</sup>, w Tabeli 6 prezentowane są gminy, które znalazły się w bardzo niekorzystnej sytuacji, ponieważ, gdyby na dzień 31 grudnia 2003 roku miały o jednego mieszkańca mniej wtedy dostałyby większą subwencję uzupełniającą na 2005 rok o kwotę podaną w kolumnie 8 a tak to otrzymają lokalnie w funkcji liczby mieszkańców najniższą z możliwych subwencji uzupełniających. W Tabeli 7 przedstawione są natomiast gminy, które znalazły się w bardzo korzystnej sytuacji, przy ich liczbie mieszkańców i powierzchni gminy dostaną (lokalnie w funkcji liczby mieszkańców) największą subwencję uzupełniającą a ponadto gdyby liczba mieszkańców była o 1-go mieszkańca większa gminy te dostałyby subwencję uzupełniającą mniejszą o kwotę podaną w kolumnie 8. Liczba gmin, które znalazły się w niekorzystnej sytuacji wynosi 13 a w korzystnej wynosi 17. W niewiele mniej niekorzystnej sytuacji znalazły się gminy, których liczba mieszkańców na dzień 31-12-2003 r. była o 1, 2, 3 czy ... większa od punktu krytycznego typu W, natomiast w niewiele mniej korzystnej sytuacji znalazły się gminy, których liczba mieszkańców była o 1, 2, 3 czy ... mieszkańców mniejsza od punktu krytycznego typu Z. W obu tabelach, tj. w Tabeli 6 i 7 nie uwzględniono możliwości, że dana gmina może nie otrzymać subwencji uzupełniającej ze względu na fakt, że wskaźnik G może być większy od  $1.5G_g$ .

Na Rys.11 przedstawiono zależność liczby gmin w funkcji zmiany liczby mieszkańców brakującej do osiągnięcia najbliższego punktu krytycznych (typu W lub Z). Natomiast na Rys. 12 prezentowana jest liczba gmin, które mogą osiągnąć punkt krytyczny w liczbie mieszkańców w dniu 31-12-2004 r. przy zmianie do zadanej procentowej względnej zmiany liczby mieszkańców w stosunku do liczby mieszkańców na dzień 31-12-2003 r.

| lp. | Nazwa gminy     | Powierzchnia <sup>2</sup><br>[ha] | Liczba mieszkańców <sup>2</sup> | Gęstość zaludnienia<br>[osób/km <sup>2</sup> ] |                     | Zmniejszenie liczby mieszkańców o 1 spowodowałoby zwiększenie SU <sup>3</sup> o kwotę [zł] |        |
|-----|-----------------|-----------------------------------|---------------------------------|--|---------------------|--|--------|
|     |                 |                                   |                                 | wg GUS <sup>2</sup>                            | z dokł. do 2 miejsc |  |        |
| 1   | 2               | 3                                 | 4                               | 5  | 6                   | 7  | 8      |
| 1   | Siedlce         | UG                                | 14 132                          | 15 475   | 110                 | 109.50 <sup>4</sup>  | 16 097 |
| 2   | Konieczpol      | UMiG                              | 14 675                          | 10 493   | 72                  | 71.50 <sup>4</sup>   | 10 871 |
| 3   | Pieńsk          | UMiG                              | 11 033                          | 9 434  | 86                  | 85.51  | 9 783  |
| 4   | Grodzisko Dolne | UG                                | 7 842                           | 8 195  | 105                 | 104.50 <sup>4</sup>  | 8 513  |
| 5   | Łapanów         | UG                                | 7 118                           | 7 368  | 104                 | 103.51   | 7 651  |
| 6   | Iwierzycy       | UG                                | 6 558                           | 7 313  | 112                 | 111.51   | 7 602  |
| 7   | Turobin         | UG                                | 16 202                          | 7 210  | 45                  | 44.50 <sup>4</sup>   | 7 425  |
| 8   | Jeżów Sudecki   | UG                                | 9 438                           | 6 088  | 65                  | 64.51  | 6 278  |
| 9   | Udanin          | UG                                | 11 071                          | 5 702  | 52                  | 51.50 <sup>4</sup>   | 5 862  |
| 10  | Zbójno          | UG                                | 8 438                           | 4 515  | 54                  | 53.51  | 4 629  |
| 11  | Dąbrówno        | UG                                | 16 537                          | 4 383  | 27                  | 26.50 <sup>4</sup>   | 4 463  |
| 12  | Baruchowo       | UG                                | 10 705                          | 3 587  | 34                  | 33.51  | 3 641  |
| 13  | Lubniewice      | UMiG                              | 12 976                          | 3 050  | 24                  | 23.50 <sup>4</sup>   | 3 072  |

Tabela 6. Lista gmin, które znalazły się w bardzo niekorzystnej sytuacji przy naliczaniu subwencji uzupełniającej na 2005 r. ze względu na fakt osiągnięcia przez gminy punktu krytycznego typu W w liczbie mieszkańców gminy na dzień 31-12-2003 r. Przyjęto, że  $G_g$  na 2005 r wynosi 747.12.

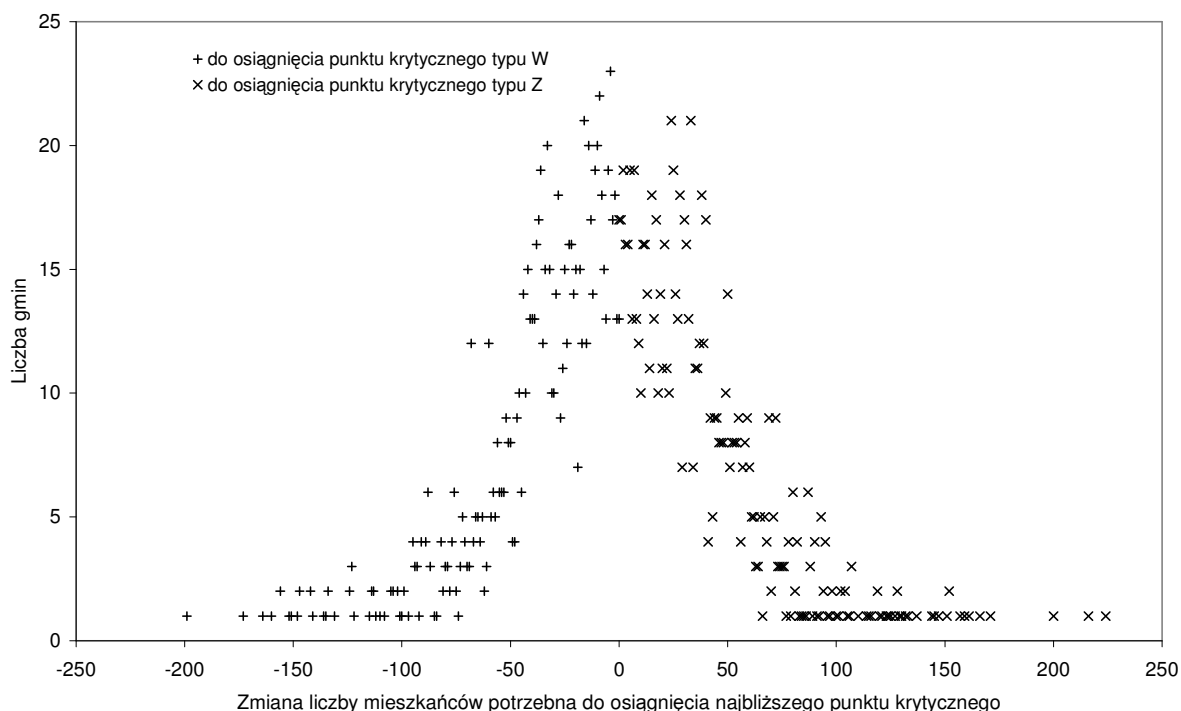
<sup>2</sup>Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2004 r., GUS, 2004. Dane na dzień 31-12-2003 r.

<sup>3</sup>Skrót SU to subwencja uzupełniająca.

<sup>4</sup>Liczba zaokrąglona do .50, w rzeczywistości jest ona nieco większa od tej liczby.

| Ip. | Nazwa gminy             | Powierzchnia <sup>2</sup><br>[ha] | Liczba mieszkańców <sup>2</sup> | Gęstość zaludnienia<br>[osób/km <sup>2</sup> ] |                     | Zwiększenie liczby mieszkańców o 1 spowodowałoby obniżenie SU <sup>3</sup> o kwotę [zł] |          |
|-----|-------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--|---------------------|---|----------|
|     |                         |                                   |                                 | Wg GUS <sup>2</sup>                            | z dokł. do 2 miejsc |   |          |
| 1   | 2                       | 3                                 | 4                               | 5  | 6                   | 7   | 8        |
| 1   | Nowogrodzic             | UMiG                              | 17 626                          | 14 717   | 83                  | 83.50 <sup>b</sup>  | 15 282   |
| 2   | Zagnańsk                | UG                                | 12 437                          | 12 747   | 102                 | 102.49  | 13 250   |
| 3   | Pajęczno <sup>6,7</sup> | UMiG                              | 11 344                          | 11 741   | 104(103)            | (103. 4996)   | (12 206) |
| 4   | Opatówek                | UG                                | 10 432                          | 9 962  | 95                  | 95.49   | 10 344   |
| 5   | Czernikowo              | UG                                | 16 937                          | 8 214  | 48                  | 48.50 <sup>b</sup>  | 8 475    |
| 6   | Jednorozec              | UG                                | 23 157                          | 7 294  | 31                  | 31.50 <sup>b</sup>  | 7 499    |
| 7   | Jastrzębia              | UG                                | 8 951                           | 6 310  | 70                  | 70.49   | 6 516    |
| 8   | Sawin                   | UG                                | 19 020                          | 5 801  | 30                  | 30.50 <sup>b</sup>  | 5 944    |
| 9   | Wierzbica, p.chelmski   | UG                                | 14 636                          | 5 488  | 37                  | 37.50 <sup>b</sup>  | 5 626    |
| 10  | Przeworno               | UG                                | 11 196                          | 5 318  | 47                  | 47.50 <sup>b</sup>  | 5 459    |
| 11  | Świecie nad Osą         | UG                                | 9 467                           | 4 402  | 46                  | 46.50 <sup>b</sup>  | 4 505    |
| 12  | Dębowa Kłoda            | UG                                | 18 829                          | 4 048  | 21                  | 21.50 <sup>b</sup>  | 4 111    |
| 13  | Mędzzechów              | UG                                | 4 367                           | 3 646  | 83                  | 83.49   | 3 756    |
| 14  | Jedwabno                | UG                                | 31 151                          | 3 582  | 11                  | 11.50 <sup>b</sup>  | 3 615    |
| 15  | Krupski Młyn            | UG                                | 3 942                           | 3 488  | 88                  | 88.48   | 3 597    |
| 16  | Irządze                 | UG                                | 7 355                           | 2 978  | 40                  | 40.49   | 3 016    |
| 17  | Domanice                | UG                                | 4 697                           | 2 747  | 58                  | 58.48   | 2 795    |

Tabela 7. Lista gmin, które znalazły się w bardzo korzystnej sytuacji przy naliczaniu subwencji uzupełniającej na 2005 r. ze względu na fakt osiągnięcia przez gminy punktu krytycznego typu Z w liczbie mieszkańców gminy na dzień 31-12-2003 r. Przyjęto, że  $G_g$  na 2005 r. wynosi 747.12.

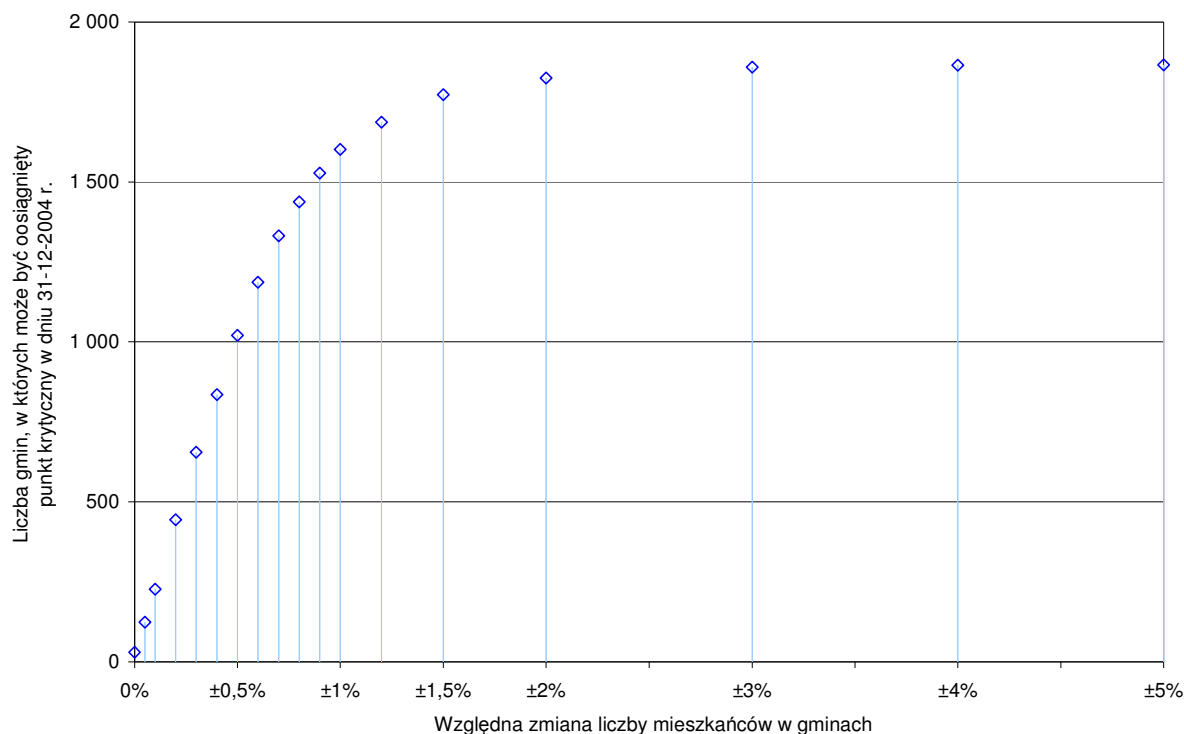


Rysunek 11. Liczba gmin w funkcji zmiany liczby mieszkańców do najbliższego punktu krytycznego (typu W lub typu Z) w stosunku do liczby mieszkańców na dzień 31-12-2003r. Opracowano na podstawie „Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2004 r.”, GUS.

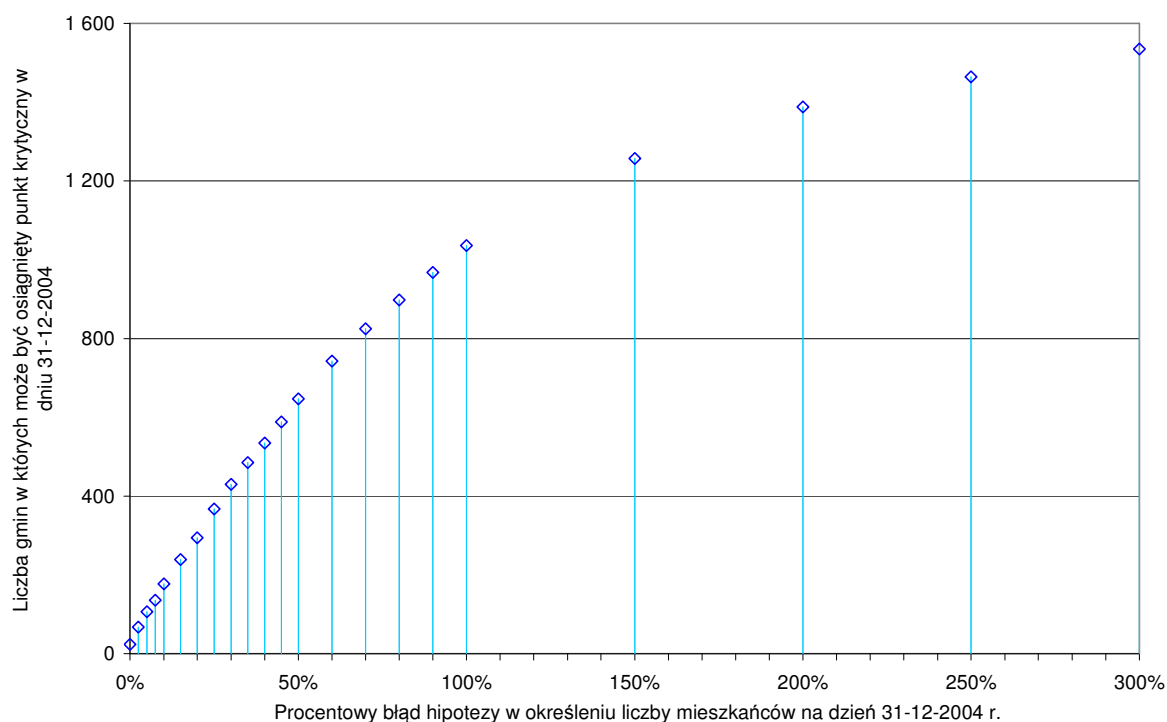
<sup>5</sup> Liczba zaokrąglona do .50, w rzeczywistości jest ona nieco mniejsza od tej liczby.

<sup>6</sup> Gmina ta wg danych z GUS<sup>2</sup> miała na 31-12-2003 r. gęstość zaludnienia 104 osoby/km<sup>2</sup> a tymczasem powinna wynosić 103 osoby/km<sup>2</sup> (103.49964... osoby/km<sup>2</sup>). Gminę tą pozostawiamy na liście gmin, które znalazły się w bardzo korzystnej sytuacji przy naliczaniu subwencji uzupełniającej na 2005 r. dlatego, że osiągnęła ona w liczbie mieszkańców punkt krytyczny typu Z (choć gminę tę ostatecznie należy uznać za wyjątkowo pechową bo przez błąd GUSu otrzyma ona o 12 223 zł mniejszą subwencję uzupełniającą).

<sup>7</sup> *Asymetria w metodach zaokrąglania*, Instytut Analiz Regionalnych, 2004, (wkrótce będzie opublikowane).



Rysunek 12. Liczba gmin, w których może być osiągnięty punkt krytyczny (typu Z lub typu W) w dniu 31-12-2004 roku w funkcji względnej zmiany liczby mieszkańców gmin w stosunku do liczby mieszkańców z dnia 31-12-2003 r. Opracowano na podstawie „Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2004 r.”, GUS.



Rysunek 13. Liczba gmin, w których może być osiągnięty punkt krytyczny (typu Z lub W) w dniu 31-12-2004 r. w funkcji błęd hipotezy w określaniu liczby mieszkańców na dzień 31-12-2004 r. Analizowane zostały tylko te gminy, w których gęstość zaludnienia na dzień 31-12-2003 r. była mniejsza niż 122 osoby/km<sup>2</sup> (122 osoby/km<sup>2</sup> to średnia gęstość zaludnienia w kraju na 31-12-2003 r.). Opracowano na podstawie „Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2003 r.” i „Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2004 r.”, GUS.

Określenie dokładnej liczby mieszkańców gminy na dzień 31-12-2004 roku jest praktycznie niemożliwe, tym bardziej niemożliwe im dalej do tej daty. Możliwe jest jednak szaco-

wanie tej liczby w oparciu o zachowanie się liczby mieszkańców gminy w funkcji czasu. Dla oszacowania liczby mieszkańców gminy na dzień 31-12-2004 r. postawmy hipotezę:

*zmiana względna liczby mieszkańców z dnia 31-12-2004 r. w stosunku do liczby mieszkańców z dnia 31-12-2003 r. jest taka sama jak zmiana względna liczby mieszkańców na dzień 31-12-2003 r. w stosunku do 31-12-2002 r. a błąd tak postawionej hipotezy wynosi  $\delta$*

Wtedy możliwa liczba mieszkańców gminy na dzień 31-12-2004 r. będzie należeć do przedziału określonego błędem hipotezy:

$$m_{2004} \in \left\langle m_{2003} + \Delta m_{2004} \pm |\Delta m_{2004}| \delta(\Delta m_{2004}) \right\rangle, \quad (28)$$

gdzie:  $m_k$  - liczba mieszkańców gminy na dzień 31 grudnia roku  $k$ ,

$$\Delta m_{2004} = m_{2003} \frac{m_{2003} - m_{2002}}{m_{2002}} - \text{zmiana (przyrost/spadek) liczby mieszkańców gminy}$$

w roku 2004 wyrażona jako iloczyn liczby mieszkańców wg stanu na dzień 31 grudnia 2003 r. i względnej zmiany liczby mieszkańców z dnia 31 grudnia 2003 r. w stosunku do liczby mieszkańców gminy na dzień 31 grudnia 2002 r.,

$\delta(\Delta m_{2004})$  - określa błąd hipotezy (w wyznaczaniu  $\Delta m_{2004}$ ).

Długość przedziału określonego we wzorze (28) wynosi

$$2 \times |\Delta m_{2004}| \delta(\Delta m_{2004}), \quad (29)$$

i jest tym większa im większy jest błąd hipotezy  $\delta(\Delta m_{2004})$ .

Na Rys. 13 przedstawiono zależność liczby gmin, w których może być osiągnięty na dzień 31-12-2004 r. punkt krytyczny w liczbie mieszkańców w funkcji procentowego błędu hipotezy, zdefiniowanego jako  $\delta(\Delta m_{2004}) \times 100\%$ . Gdyby zmiana liczby mieszkańców w ciągu 2004 roku we wszystkich gminach była dokonana zgodnie z podaną wyżej hipotezą i przy  $\delta(\Delta m_{2004}) = 0$ , wtedy w 24 gminach osiągnięty zostałby punkt krytyczny w liczbie mieszkańców, z czego ponownie 13 gmin znalazłoby się w bardzo niekorzystnej sytuacji, a 11 w bardzo korzystnej sytuacji. Taki wariant jednak jest bardzo mało prawdopodobny. Prawdopodobieństwo tego, że  $\delta(\Delta m_{2004})$  będzie równa zero jest bliskie zero. Tak, więc liczba gmin, w których zostaną osiągnięte punkty krytyczne w dniu 31-12-2004 r. w liczbie mieszkańców jak i gminy, w których zostaną one osiągnięte nie da się przewidzieć z dużym wyprzedzeniem.

## IV WNIOSKI

1. Z grona wszystkich gmin subwencjonowanych wyrównawczo – kwotami podstawowymi, najniższą premię (najgorzej za swą pracę są wynagradzane) za staranie się w pozyskaniu nowego źródła dochodów podatkowych otrzymują gminy o najniższym stopniu dochodowości podatkowej na mieszkańca tj. wtedy, gdy wskaźnik  $G$  jest mniejszy lub równy 0.4 wartości wskaźnika dochodów podatkowych dla wszystkich gmin  $G_g$ .
2. Gminy, których wskaźnik dochodów podatkowych na jednego mieszkańca gminy  $G$  jest mniejszy lub równy 0.4 wartości wskaźnika dochodów podatkowych dla wszystkich gmin  $G_g$  muszą bezwzględnie szybko przystąpić do działań, które doprowadzą do wzrostu ich wskaźnika dochodów podatkowych na jednego mieszkańca w gminie  $G$ , poprzez pozyskanie nowych źródeł dochodu podatkowego, przynajmniej do stopnia  $0.40G_g < G \leq 0.75G_g$ .
3. Na każdego nowego mieszkańca gmina otrzyma subwencję podstawową w wysokości 573, 544, 516 odpowiednio, jeżeli wskaźnik  $G \leq 0.40G_g$ ,  $0.40G_g < G \leq 0.75G_g$ ,  $0.75G_g < G < 0.92G_g$  (przy założeniu, że  $G_g = 747,12$ ).
4. Na każdym zmniejszeniu liczby mieszkańców o jednego mieszkańca gmina utraci subwencję podstawową w wysokości 573, 544, 516 odpowiednio, jeżeli wskaźnik  $G \leq 0.40G_g$ ,  $0.40G_g < G \leq 0.75G_g$ ,  $0.75G_g < G < 0.92G_g$  (przy założeniu, że  $G_g = 747,12$ ).
5. W naliczanej przez Ministerstwo Finansów subwencji uzupełniającej jako funkcji liczby mieszkańców występują punkty krytyczne, z których następuje gwałtowna (skokowa zmiana wartości subwencji). Istnienie tych punktów, wynika wprost z definicji gęstości zaludnienia, jaka stosuje GUS – wzór (24).
6. Gęstości zaludnienia w gminie o wartościach jak najbliższych jednej z liczb (... , 49.5, 50.5, 51.5, ... [osób/km<sup>2</sup>])<sup>8</sup> po stronie mniejszej i nie równe żadnej w tych liczb to najbardziej korzystne gęstości zaludnienia przy naliczaniu subwencji uzupełniającej przez Ministerstwo Finansów.
7. Gęstości zaludnienia w gminie o wartościach typu (... , 49.5, 50.5, 51.5, ... [osób/km<sup>2</sup>])<sup>8</sup> oraz liczby bliskie tym wartością po stronie większej to najbardziej niekorzystne gęstości zaludnienia przy naliczaniu subwencji uzupełniającej przez Ministerstwo Finansów.
8. Jeżeli gmina otrzymuje subwencję uzupełniającą, a dochody podatkowe rosną i/lub liczba mieszkańców maleje to wtedy gmina może być pozbawiona znacznej kwoty subwencji uzupełniającej. Gmina zostanie pozbawiona subwencji uzupełniającej, jeżeli przekroczony punkt, w którym  $D_p/m = 1.5G_g$ . Wartość tej kwoty może sięgać setek tysięcy a nawet miliona i kilkaset tysięcy złotych w zależności od liczby mieszkańców i gęstości zaludnienia gminy, w którym się osiąga ten punkt.
9. Maksymalna wartość subwencji uzupełniającej dla danej gminy przypada wtedy, gdy jej gęstość zaludnienia równa się połowie gęstości zaludnienia w kraju.

<sup>8</sup> Przy wyznaczaniu tej gęstości zaludnienia należy brać powierzchnię gminy w km<sup>2</sup> z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku lub w pełnych hektarach, ale wtedy wynik należy pomnożyć przez 100.